

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 77****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

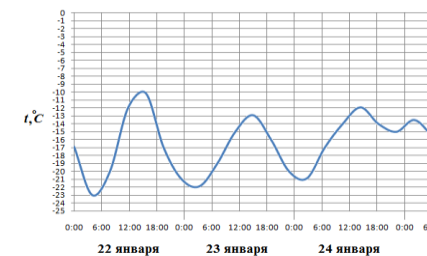
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

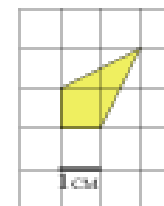
Часть 1

1. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 16 рублей. Если на счёту осталось меньше 16 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 700 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



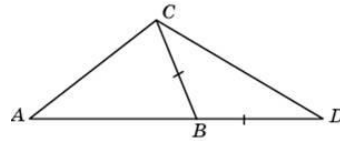
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



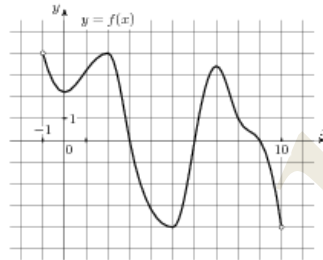
4. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{27+6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

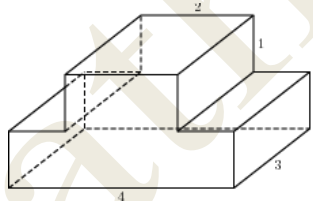
6. В треугольнике ABC угол A равен 44° , угол C равен 62° . На продолжении стороны AB отложен отрезок $BD = BC$. Найдите угол D треугольника BCD . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right)$

10. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем $336\,000 \text{ Н}$? Ответ выразите в метрах

11. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч , а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

12. Найдите точку максимума функции $y = (x-2)^2(x-4) + 5$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt[3]{5-2x} = \sqrt{3-x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{2}; 2 \right]$.

14. Есть правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ со стороной основания 12 и высотой 3. Точка K — середина BC , точка L лежит на стороне A_1B_1 так, что $B_1L = 5$. Точка M — середина A_1C_1 . Через точки K и L проведена плоскость таким образом, что она параллельна прямой AC .

а) Доказать, что указанная выше плоскость перпендикулярна прямой MB .

б) Найти объем пирамиды с вершиной в точке B и у которой основанием является сечение призмы плоскостью.

15. Решите неравенство:

$$\left| \frac{27+x}{18+x} - 1 \right|^{\log_{1/3} \left| 2 + \frac{x}{9} \right|} \leq 81.$$

16. Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC , причём $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC , если $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 2$.

17. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\sqrt[5]{5|x+4|+2|x-a|-2} \leq \sqrt[5]{2+\sqrt{36-y^2}} + \ln \frac{5+\sqrt{36-y^2}}{5|x+4|+2|x-a|+1}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40 000 рублей, а остальные поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?