

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 76****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

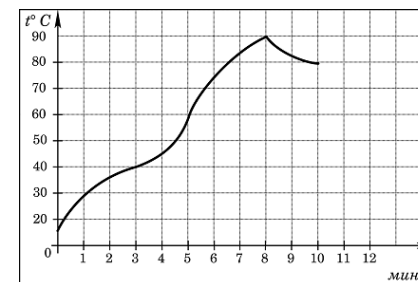
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

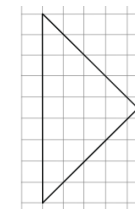
Часть 1

1. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 градусов С до температуры 90 градусов С.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.

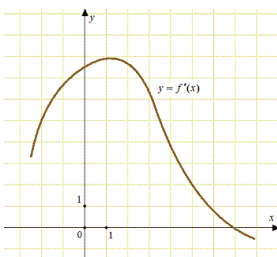


4. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

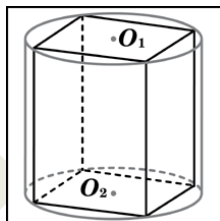
5. Решите уравнение $\log_{0,5} \sqrt[6]{2x+63} = -1$

6. Периметр прямоугольника равен 28, а диагональ равна 10. Найдите площадь этого прямоугольника.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



8. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_2 \log_2 \left(8 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \right)$.

10. Трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3$ м/с равна $N = Fv \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?

11. Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 8 \sin x - \frac{30}{\pi} x - 26$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0 \right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4 \log_4^2(\sin^3 x) + 8 \log_2(\sin x) = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$.

14. Угол при вершине осевого сечения конуса равен $\arccos \frac{7}{8}$.

а) Докажите, что площадь полной поверхности конуса в пять раз больше площади его основания.

б) Найдите угол в развёртке боковой поверхности.

15. Решите неравенство:

$$2(8^x + 50^x) > 20^x + 3 \cdot 125^x.$$

16. Неравнобедренный треугольник ABC вписан в окружность. Высота BH вторично пересекает эту окружность в точке F . Из точки F провели перпендикуляр к прямой BC , который пересекается с прямой AC в точке D .

а) Докажите, что прямая BD перпендикулярна прямой FC .

б) Найдите отношение $AB : BD$.

17. Зависимость объёма Q (в шт.) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 15\,000 - P$, $1\,000 \leq P \leq 15\,000$. Доход от продажи товара составляет PQ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3\,000Q + 5\,000\,000$ рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + a + 2|\sin x| = y + 1, \\ \operatorname{tg}^2 x + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{30}$?

б) Может ли эта разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.